Informe Laboratorio: Análisis Numérico

Práctica No. 10

**Juan Camilo Marín García**

**Código: 2172969**

**Grupo: B1**

*Escuela de ingeniería de sistemas e informática*

*Universidad Industrial de Santander*

21 de agosto de 2020

1. **INTRODUCCION**

Cuando se estudian ciertos problemas de ingeniería o física, los modelos matemáticos que allí surgen, corresponden a ecuaciones donde se relaciona la variación de una magnitud con las condiciones internas, externas e iniciales del sistema.

En situaciones de la vida real, una ecuación diferencial que modela un problema resulta demasiado complicado para resolverla con exactitud, por lo que se recurre a distintos métodos que permitan aproximar su solución.

Los métodos que se implementaron en este laboratorio permiten aproximar soluciones a de ecuaciones diferenciales a partir de valores iniciales.

1. **DESARROLLO**
   1. **PRACTICA**
      1. **¿Cómo resolver una ecuación diferencial con valor inicial usando el método de Euler?**

Paso 1: Se debe seleccionar una lista de valores dentro del intervalo que se desea evaluar (valores de x). Para ello hacemos uso de la formula

donde **h** es la distancia entre puntos, **b** es el limite derecho del intervalo, **a** el limite izquierdo y **N** es la cantidad de puntos dentro de dicho intervalo.

Paso 2: Calcular los valores de y la cual es correspondiente a la cantidad de puntos, para hacerlo se aplica lo siguiente:

Esta ultima formula se aplica en cada iteración hasta usar todos los puntos.

* + 1. **¿Cómo resolver una ecuación diferencial con valor inicial usando el método de Heuns?**

Paso 1: Se debe seleccionar una lista de valores dentro del intervalo que se desea evaluar (valores de x). Para ello hacemos uso de la formula

donde **h** es la distancia entre puntos, **b** es el limite derecho del intervalo, **a** el limite izquierdo y **N** es la cantidad de puntos dentro de dicho intervalo.

Paso 2: Calcular los valores de y la cual es correspondiente a la cantidad de puntos, para hacerlo se aplica lo siguiente:

Las dos ultimas formula se aplica en cada iteración hasta usar todos los puntos.

* + 1. **¿Cómo resolver una ecuación diferencial con valor inicial usando el método de RK4?**

Paso 1: Se debe seleccionar una lista de valores dentro del intervalo que se desea evaluar (valores de x). Para ello hacemos uso de la formula

donde **h** es la distancia entre puntos, **b** es el limite derecho del intervalo, **a** el limite izquierdo y **N** es la cantidad de puntos dentro de dicho intervalo.

Paso 2: Calcular los valores de y la cual es correspondiente a la cantidad de puntos, para hacerlo se aplica lo siguiente:

Los valores de k e y se evalúan iterativamente según el número de puntos.

* + 1. **¿Qué aplicaciones tienen las ecuaciones diferenciales?**

Se usan para modelar problemas de física e ingeniería donde surgen ecuaciones que implican derivadas, como por ejemplo realizar exámenes post-mortem a un cadáver y averiguar hace cuanto fue que murió.

* 1. **APLICACIÓN**
     1. **Resolver la siguiente ecuación usando el método de RK4**

**con .**

* + - 1. **Tome h = 0.2 y siga dos pasos para calcular los valores.**

Tomando x = [0, 0.2, 0.4]

Paso 1: Se asigna el valor inicial

Paso 2: Luego calculamos los valores de K para la primera iteración

Paso 3: Teniendo los valores de K, ya es posible saber el valor de

Paso 4: Iniciamos la siguiente iteración, para ello comenzamos a calcular los nuevos valores de k.

Paso 5: Por ultimo se calcula la aproximación para y(0.4)

* + - 1. **Tome h=0.1 y siga los pasos para calcular los valores**

Tomando x = [0, 0.1, 0,2, 0.3, 0.4]

Paso 1: Se asigna el valor inicial

Paso 2: Luego calculamos los valores de K para la primera iteración

Paso 3: Teniendo los valores de K, ya es posible saber el valor de

Paso 4: Iniciamos la siguiente iteración, para ello comenzamos a calcular los nuevos valores de k.

Paso 5: Teniendo los valores de K, ya es posible saber el valor de

Paso 6: Iniciamos la siguiente iteración, para ello comenzamos a calcular los nuevos valores de k.

Paso 7: Teniendo los valores de K, ya es posible saber el valor de

Paso 8: Se procede a realizar la ultima iteración

Paso 9: Por ultimo se calcula la aproximación para y(0.4)

* + - 1. **Solución exacta usando .**
      2. **¿El error global final de las aproximaciones obtenidas en los puntos anteriores se comportan como se esperaba cuando h esta dividido es dos?**

Para h=0.2

Para h=0.1

En base a lo anterior se pudo observar que entre más pequeño es el h, mejor es la aproximación.

* + 1. **Sea M (t) la cantidad de un producto que disminuye con el tiempo t y la tasa de La disminución es proporcional a la cantidad de M.**
       1. **Determine una ecuación diferencial que modele los fenómenos.**
       2. **Resuelva la ecuación diferencial para determinar la cantidad de material en el tiempo t = 1. Utilice el método de Euler con un paso de h = 0.2. Considere que M (0) = 300.**

Paso 1: Se obtienen los intervalos de tiempo, sabiendo que h=0.2, sabemos que **t=[0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1].**

Paso 2: Se realiza la primera iteración

Paso 3: Se realiza la segunda iteración

Paso 4: Se realiza la tercera iteración

Paso 5: Se realiza la cuarta iteración

Paso 6: Se realiza la quinta iteración

Por lo tanto, si evaluamos la función cuando t=1, es decir y(t)=

* + - 1. **Resuelva la ecuación diferencial para determinar la cantidad de material en el tiempo t = 1. Utilice el método de Heun con un paso de h = 0.2. Considere que M (0) = 300.**

Paso 1: Se obtienen los intervalos de tiempo, sabiendo que h=0.2, sabemos que **t=[0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1].**

Paso 2: Se realiza la primera iteración

Paso 3: Se realiza la segunda iteración

Paso 4: Se realiza la tercera iteración

Paso 5: Se realiza la cuarta iteración

Paso 6: Se realiza la quinta iteración

Por lo tanto, si evaluamos la función cuando t=1, es decir y(1)=

* + - 1. **Calculo del valor exacto**

La solución de la ecuación es: , por lo tanto si evaluamos la función cuando t=1 tenemos:

Con lo cual podemos notar que la aproximación hecha por el método de Heuns es más acertada.

* 1. **IMPLEMENTACION**

Para esta parte del laboratorio se crearon tres programas que permiten calcular aproximaciones a ecuaciones diferenciales de primer orden usando los métodos estudiados anteriormente.

* + 1. **Resolver el ejercicio 3.2 usando el método de Euler**

Para ello se creo una función llamada my\_function\_euler\_Camilo\_Marin(), la cual recibe como parámetros el intervalo, el valor inicial, la función y el número de puntos como se ve a continuación:

a=0;

b=1;

N=5;

y0=300;

fun= @(t,y) -y

w = my\_function\_euler\_Camilo\_Marin(a, b, y0, fun, N);

Retornando el resultado: y(1)= 98.3040

* + 1. **Resolver el ejercicio 3.2 usando el método de Heuns**

Para ello se creo una función llamada my\_function\_heuns\_Camilo\_Marin(), la cual recibe como parámetros el intervalo, el valor inicial, la función y el número de puntos como se ve a continuación:

a=0;

b=1;

N=5;

y0=300;

fun= @(t,y) -y

w = my\_function\_heuns\_Camilo\_Marin(a, b, y0, fun, N);

Retornando el resultado: y(1)= 111.222

* + 1. **Resolver el ejercicio 3.2 usando el método de Heuns**

Para ello se creo una función llamada my\_function\_RK4\_Camilo\_Marin(), la cual recibe como parámetros el intervalo, el valor inicial, la función y el número de puntos como se ve a continuación:

a=0;

b=0.4;

N=2;

y0=1/10;

fun= @(t,y) exp(-2.\*t)-2.\*y

w = my\_function\_RK4\_Camilo\_Marin(a, b, y0, fun, N);

Retornando el resultado: y(0.4)= 111.222

Nota: Todos los códigos vienen adjuntos en la carpeta.

1. **Bibliografía**

Arevalo Ovalle, D., Bernal Yermanos, M. A., & Posada Restrepo, J. A. (2017). *Matemáticas para Ingeniería: Métodos Numéricos con Python.* Bogotá: Institución Universitaria Polítecnico Grancolombiano.

Burden, R. L., & Faeires, J. D. (1981). *Analisis Numérico Novena Edición.* CENGAGE Learneing.